Übung Multimediadatenbanken

Carsten Saathoff
03.06.2008

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

DFT - Transformationsmatrix

Formel für Matrixelement: $$a_{j+1,k+1} = \overline{e_j(k)} = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{-i\frac{2\pi jk}{n}}$$

Fall für diskrete Funktion mit 2 Werten:

$$a_{1,1} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{2*\pi*0*0}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{2*\pi*0*1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_{2,1} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{2*\pi*1*0}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_{2,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{2*\pi*1*1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\pi - i\sin\pi) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Rücktransformationsmatrix

Adjungierte Matrix A*: $a_{j+1,k+1} = \overline{a_{j+1,k+1}}$

Wirkt sich nur auf die Imaginärteile aus!

- Input Funktion: $f_2 = (1,2)^T$
- F(x) = A * f
- f(x) = A* * F

Hin $$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1+2\\1-2\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$$

Zurück $$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3-1\\3+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$$

Siehe Übungsfoliensatz MMDB 2006

- f = (3,6,2,1)^T

$$\Phi(x)=1 \; \textit{für}\; 0 \le x < 1, \Phi(x)=0 \; \textit{sonst}$$

$$\Phi_0^2=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{x=0}^{n-1} f_4(x)\Phi(x/2-0)=\frac{1}{\sqrt{2}} f_4(0)+f_4(1)=\frac{1}{\sqrt{2}}(3+6)=\frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$\Phi_1^2=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{x=0}^{n-1} f_4(x)\Phi(x/2-1)=\frac{1}{\sqrt{2}} f_4(2)+f_4(3)=\frac{1}{\sqrt{2}}(2+1)=\frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\Psi(x)=1 \; \textit{für}\; 0 \le x < \frac{1}{2}, \Psi(x)=-1 \; \textit{für}\; \frac{1}{2} \le x < 1, \Psi(x)=0 \; \textit{sonst}$$

$$\Psi_0^2=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{x=0}^{n-1} f_4(x)\Psi(x/2-0)=\frac{1}{\sqrt{2}} f_4(0)-f_4(1)=\frac{1}{\sqrt{2}}(3-6)=\frac{-3}{\sqrt{2}}$$

$$\Psi_1^2=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{x=0}^{n-1} f_4(x)\Psi(x/2-1)=\frac{1}{\sqrt{2}} f_4(2)-f_4(3)=\frac{1}{\sqrt{2}}(2-1)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$